4-1 平行

Are You Ready?

主題1　平行線的意義

主題2　截線與截角

主題3　平行線的判別與作圖

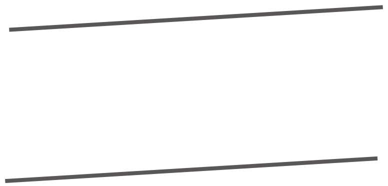
重點整理

自我評量

+++ 垂直與平行

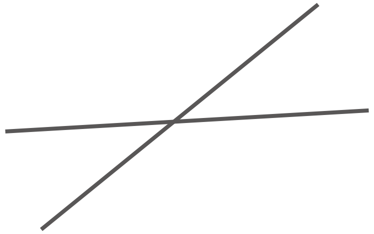
下列各圖中，兩條直線互相平行的畫○，互相垂直的打✓，都不是的打x。

(1)



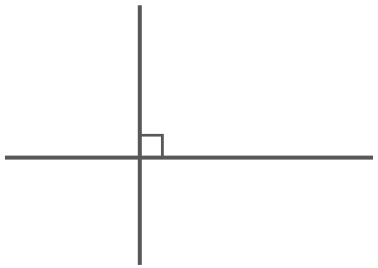
(○)

(2)



(×)

(3)



(✓)

解

+++ 多邊形的性質

下列各描述分別是指哪一種圖形？在空格裡填入適當的答案。

解

(1)四條邊等長：菱形

(2)兩雙對邊互相平行：平行四邊形

(3)四個角都是直角：長方形

除了路邊常見的並排矩形車位，你是否曾注意過像圖中平行四邊形的車位呢？因為這樣的設計可讓車輛進出更加便利，對於流動量大的停車場，能有效的增加車輛的流暢性。不管是哪種停車位，都需要繪製平行線，你知道要如何利用尺規作圖畫出平行線嗎？

周遭環境中有許多設施或物品，例如鞦韆、圍欄、梯子，如圖 1，看起來包含數條平行線，仔細觀察可發現這些平行線會同時垂直於某一條直線。

圖 1

在一平面上，兩直線如果可以找到一條共同的垂直線，就稱這兩直線互相平行。如圖 2，L_1 與 L_2 同時垂直於直線 L，所以它們互相平行，記作「$L_1 // L_2$」，讀作「L_1 平行於 L_2」。

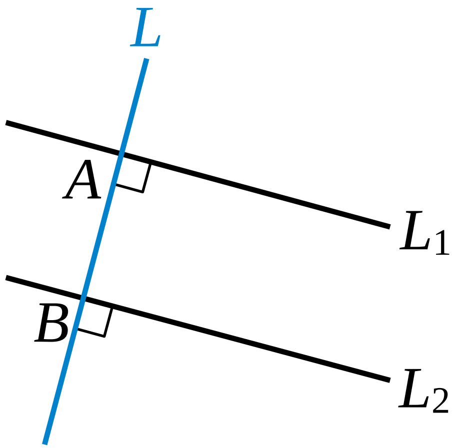


圖 2

長方形的四個內角都是 90°，那麼長方形的對邊會互相平行嗎？

解

$\because$長方形的四個內角都是 90°

$\therefore$其任一邊都會垂直兩鄰邊

故長方形的對邊會互相平行

在圖 2 中另作一條直線 $M \perp L_1$，如圖 3。

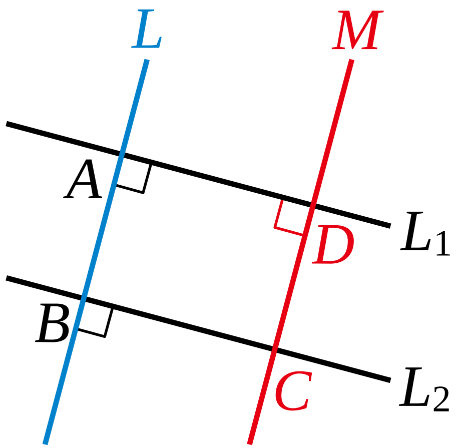


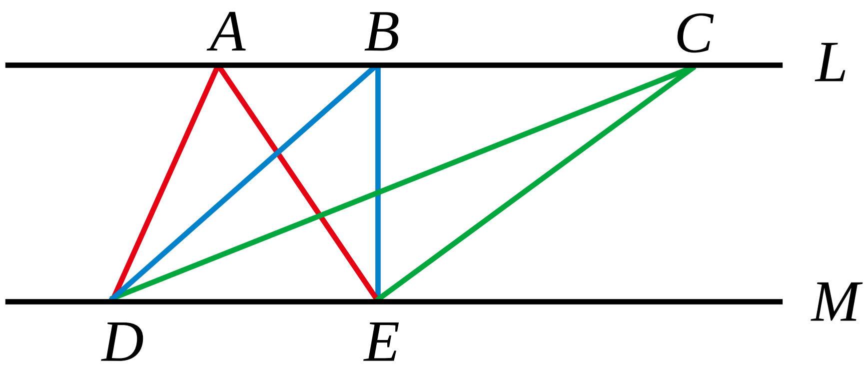
圖 3

我們可以發現 M、L、L_1及 L_2 四條直線所圍成的四邊形 $ABCD$ 中，有三個角是直角，所以可得另一內角$\angle DCB$ 也是直角，即 $M \perp L_2$。

由上可知，**已知 $L_1 // L_2$，若直線 $M \perp L_1$，則 $M \perp L_2$**。

在圖 3 中，我們發現四邊形 $ABCD$ 是長方形，因為長方形的對邊等長，所以 $\overline{AB} = \overline{CD}$，由此可知兩平行線間的垂直線段都等長，我們將兩平行線間的垂直線段長稱為兩平行線的距離，因此**兩平行線的距離處處相等**。

如右圖，$L // M$，且 A、B、C 在直線 L 上，D、E 在直線 M 上，則$\triangle ADE$、$\triangle BDE$、$\triangle CDE$ 中，哪一個面積最大？



解 因為三個三角形的底皆為 $\overline{DE}$
且兩平行線的距離處處相等
即三個三角形的高也相等
所以三個三角形的面積都相等

在一平面上有相異三直線 L_1、L_2、L_3，若 $L_1 // L_2$，$L_2 // L_3$，則 L_1 與 L_3 有什麼關係？

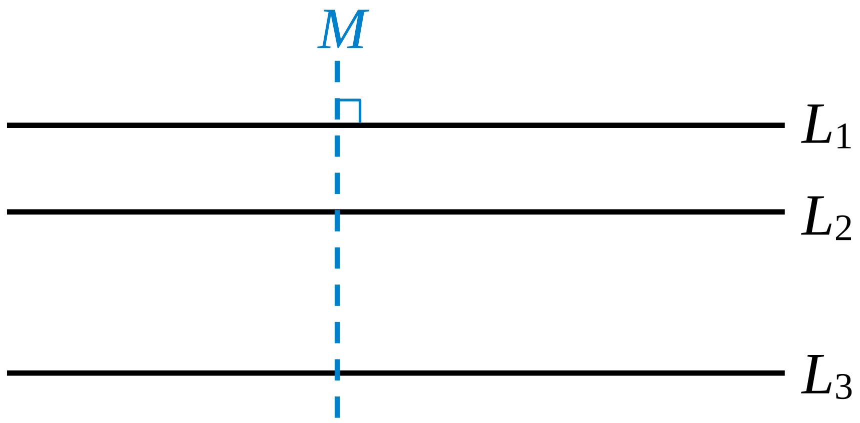
說明 先找到一條直線 M，使 $M \perp L_1$，

$\because L_1 // L_2$，$\therefore M$ 也會垂直於 L_2，

$\because L_2 // L_3$，$\therefore M$ 也會垂直於 L_3，

由於 M 同時垂直於 L_1 及 L_3，

所以 $L_1 // L_3$。



也就是說，平面上的相異三直線 L_1、L_2、L_3，若 $L_1 // L_2$、$L_2 // L_3$，則 $L_1 // L_3$。

Key point

平行線的性質

在一平面上，

(1)已知 $L_1 // L_2$，則 L_1 與 L_2 永不相交。

(2)已知 $L_1 // L_2$，若直線 $M \perp L_1$，則 $M \perp L_2$。

(3)已知 $L_1 // L_2$，則 L_1 與 L_2 的距離處處相等。

(4)三相異直線 L_1、L_2、L_3，已知 $L_1 // L_2$、$L_2 // L_3$，則 $L_1 // L_3$，即 $L_1 // L_2 // L_3$。

在一平面上，若直線 L 同時與另兩條直線 L_1、L_2 交於不同的兩點，如圖 4，我們稱直線 L 為 L_1、L_2 的**截線**。而截線 L 與 L_1、L_2 形成八個夾角，即圖中的 $\angle 1$、$\angle 2$、……、$\angle 7$、$\angle 8$，這些角都稱為**截角**。

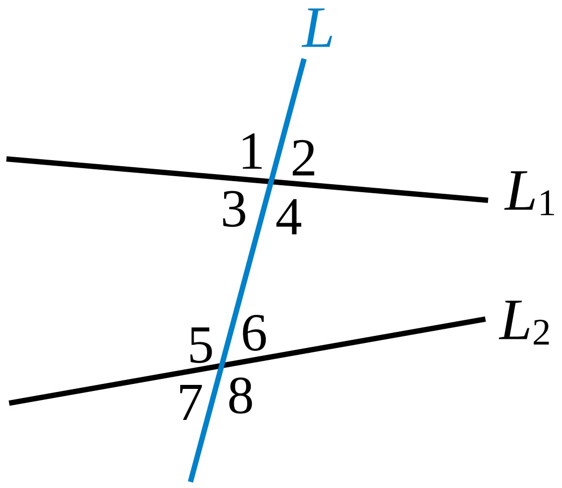
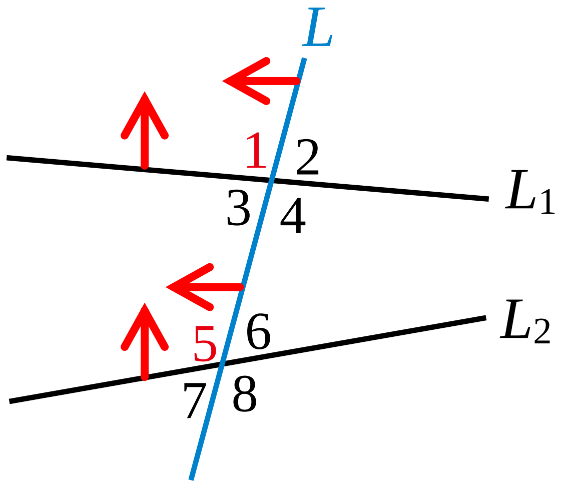


圖 4

截角與截角之間，隨著彼此的位置關係，會有不同的名稱。

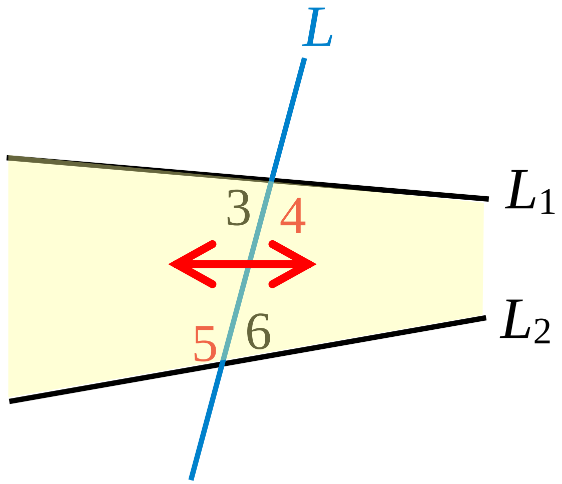
1.同位角

$\angle 1$ 與 $\angle 5$ 分別在 L_1 與 L_2 的上方，
且都在截線 L 的左方，
像這樣位置對應相同的一組角稱為
同位角。
同樣的，$\angle 2$ 與 $\angle 6$、$\angle 3$ 與 $\angle 7$、
$\angle 4$ 與 $\angle 8$ 也是同位角。



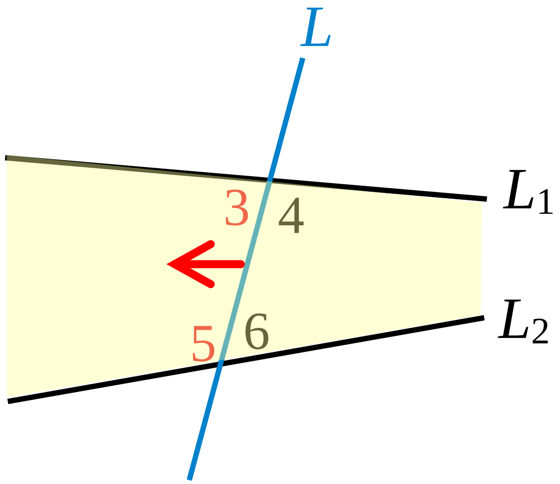
2. 內錯角

$\angle 4$ 與 $\angle 5$ 在 L_1 與 L_2 的內側，
且交錯在截線 L 的兩側，
像這樣的一組角稱為**內錯角**。
同樣的，$\angle 3$ 與 $\angle 6$ 也是內錯角。

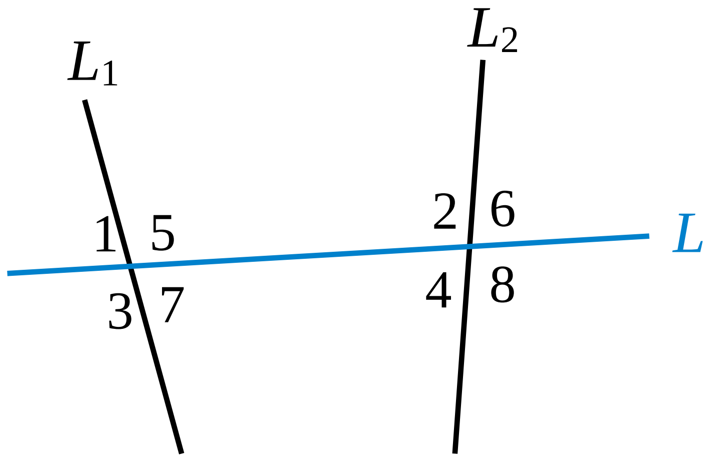


3. 同側內角

$\angle 3$ 與 $\angle 5$ 在 L_1 與 L_2 的內側，
且都在截線 L 的同側，
像這樣的一組角稱為**同側內角**。
同樣的，$\angle 4$ 與 $\angle 6$ 也是同側內角。



如右圖，L 是 L_1 與 L_2 的截線，則：



解 (1)$\angle 1$ 的同位角是 $\underline{\angle 2}$ 。

(2)$\angle 4$ 的內錯角是 $\underline{\angle 5}$ 。

(3)$\angle 7$ 的同側內角是 $\underline{\angle 4}$ 。

當兩條平行線被另一條線所截時，截出來的同位角、內錯角、同側內角有什麼性質呢？我們來看下面的說明。

如圖 5，$L_1 \,//\, L_2$，若截線 L 與 L_1 垂直，則 L 也必與 L_2 垂直，此時 $\angle 1$、$\angle 2$、……、$\angle 7$、$\angle 8$ 八個截角都是直角。

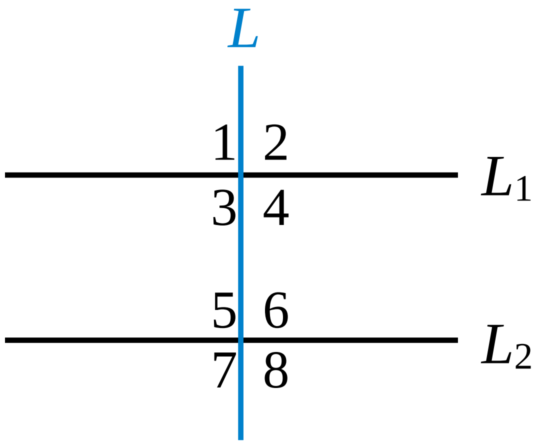


圖 5

但如果截線與平行線不垂直呢？

如圖 6，$L_1 // L_2$，L 是截線，

而且 L 與 L_1、L_2 不垂直：

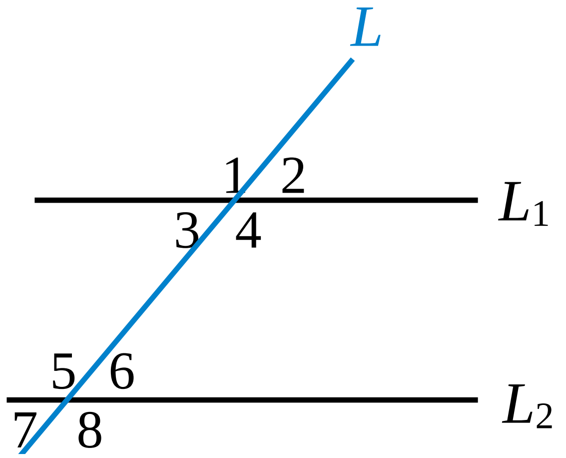


圖 6

1. 平行線的同位角相等

觀察圖 6 中的同位角 $\angle 2$ 與 $\angle 6$。

$\because L_1 \,//\, L_2$，

$\therefore$ 可找到一條直線 M

同時與 L_1、L_2 垂直。

如圖 7-1，可知 $\angle 2+\angle 9+90^\circ=180^\circ$，

$\angle 6+\angle 9+90^\circ=180^\circ$，

因此 $\angle 2+\cancel{\angle 9}+\cancel{90}^\circ=\angle 6+\cancel{\angle 9}+\cancel{90}^\circ$，

故 $\angle 2=\angle 6$。

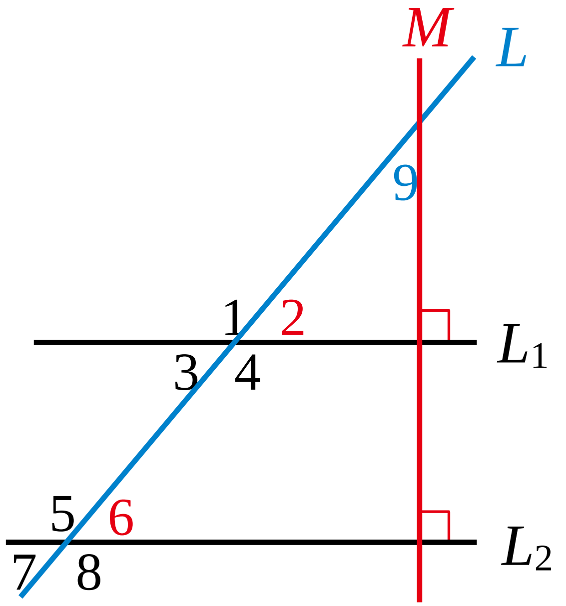


圖 7-1

搭配課本p177

如圖 7-1，利用$\angle 2=\angle 6$說明同位角$\angle 1$與$\angle 5$、$\angle 3$與$\angle 7$、$\angle 4$與$\angle 8$的度數相等。

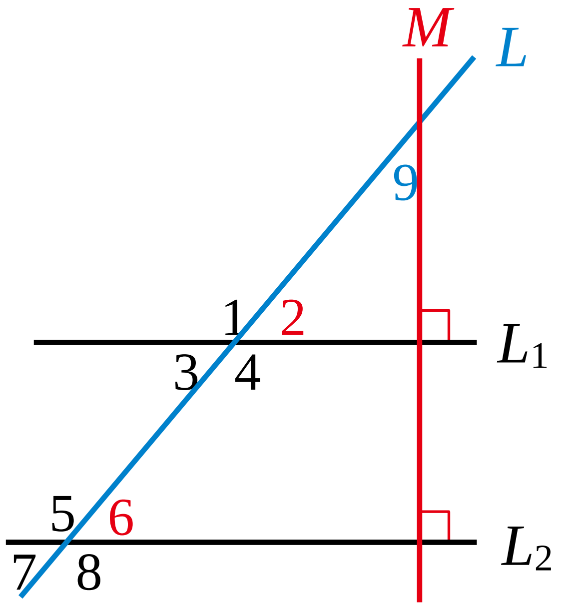


圖 7-1

解 由圖可知，

$\angle 1$、$\angle 2$互為補角，

$\angle 5$與$\angle 6$也互為補角

得$\angle 1=180^\circ-\angle 2=180^\circ-\angle 6=\angle 5$

同理，$\angle 4=180^\circ-\angle 2=180^\circ-\angle 6=\angle 8$

由對頂角相等，得$\angle 3=\angle 2=\angle 6=\angle 7$

由上可知，**兩平行線被一直線所截的同位角相等**。

2. 平行線的內錯角相等

觀察圖 7-2 中的內錯角 $\angle 3$ 與 $\angle 6$。

當 $L_1 \,//\, L_2$ 時，同位角 $\angle 2 = \angle 6$，

由對頂角相等，得 $\angle 3 = \angle 2$，

故 $\angle 3 = \angle 6$。

同理，另一組內錯角 $\angle 4 = \angle 5$。

因此，**兩平行線被一直線所截的內錯角相等**。

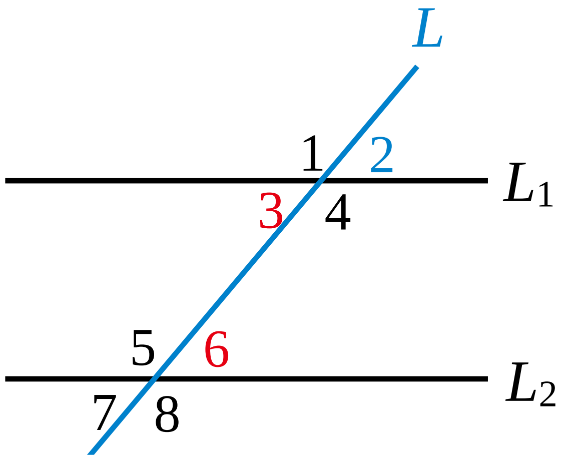


圖 7-2

3. 平行線的同側內角互補

觀察圖 7-3 中的同側內角 $\angle 4$ 與 $\angle 6$。

當 $L_1 // L_2$ 時，同位角 $\angle 2 = \angle 6$，

又 $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$，

故 $\angle 6 + \angle 4 = 180^\circ$。

同理，另一組同側內角 $\angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$。

因此，

兩平行線被一直線所截的同側內角互補。

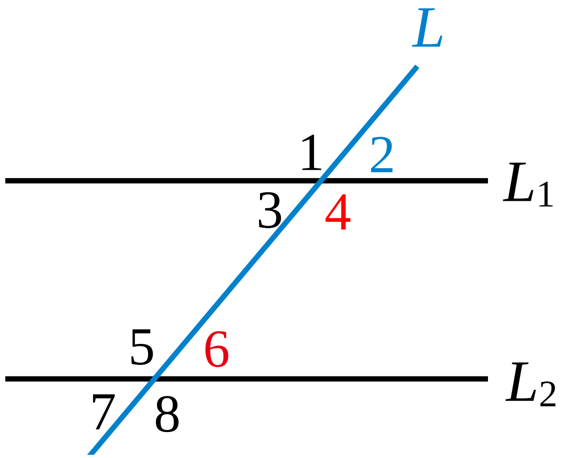


圖 7-3

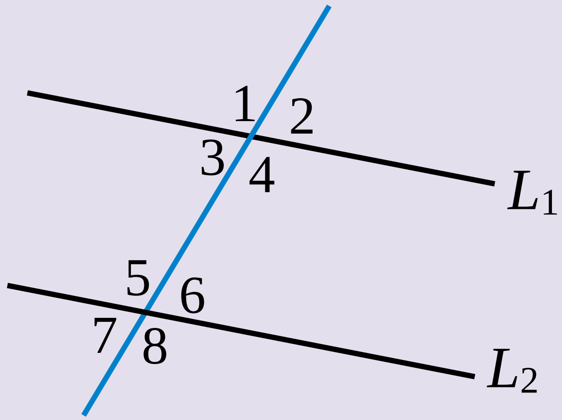
經由前面的討論，我們可以知道：

Key point

平行線截角性質

兩平行線被一直線所截的
同位角相等、內錯角相等、同側內角互補。

如右圖，$L_1 // L_2$，$\angle 2=70^\circ$，
求其他七個截角的度數。



解

$\angle 3$ 是 $\angle 2$ 的對頂角，$\therefore \angle 3=\angle 2=70^\circ$。

$\angle 1$ 和 $\angle 4$ 都是 $\angle 2$ 的補角，$\therefore \angle 4=\angle 1=180^\circ-\angle 2=110^\circ$。

$\because$ 平行線所截的同位角相等，

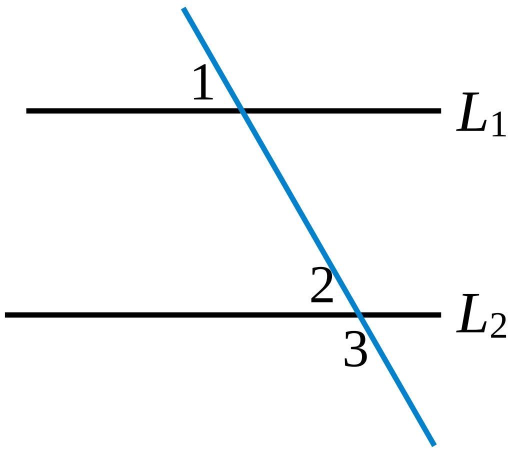
$\therefore \angle 5=\angle 1=110^\circ$，$\angle 6=\angle 2=70^\circ$，

$\angle 7=\angle 3=70^\circ$，$\angle 8=\angle 4=110^\circ$。

由上可知，$\angle 1=\angle 4=\angle 5=\angle 8=110^\circ$；

$\angle 2=\angle 3=\angle 6=\angle 7=70^\circ$。

如右圖，$L_1 // L_2$，$\angle 1=60^\circ$，求 $\angle 2$、$\angle 3$ 的度數。



解

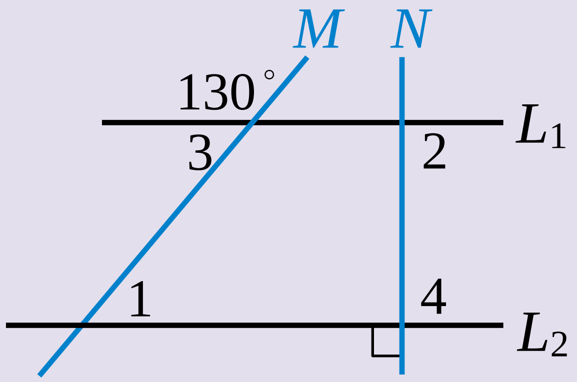
$\because$ 平行線所截的同位角相等

$\therefore \angle 2=\angle 1=60^\circ$

又 $\angle 2$ 和 $\angle 3$ 互補，可得 $\angle 3=180^\circ-60^\circ=120^\circ$

例② 平行線截角性質　搭配課本p179

如右圖，$L_1 \mathbin{/\!/} L_2$，M、N 都是 L_1 與 L_2 的截線，其中 $N \perp L_2$。根據圖上所標示的度數，求 $\angle 1$、$\angle 2$、$\angle 3$ 和 $\angle 4$ 的度數。



解　由圖中可知，$\angle 3 = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$，

$\because L_1 \mathbin{/\!/} L_2$，

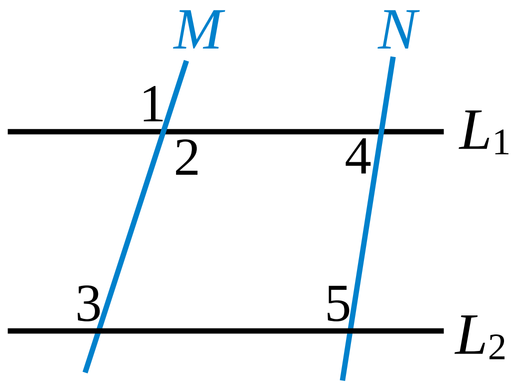
$\therefore \angle 1 = \angle 3 = 50^\circ$(內錯角相等)。

$\because N \perp L_2$，得 $\angle 4 = 90^\circ$，

又 $L_1 \mathbin{/\!/} L_2$，

$\therefore N \perp L_1$，因此 $\angle 2 = 90^\circ$。

如右圖，$L_1 // L_2$，M、N 都是 L_1 與 L_2 的截線，$\angle 2=108^\circ$、$\angle 4=81^\circ$，求 $\angle 1$、$\angle 3$ 和 $\angle 5$ 的度數。



解

$\because \angle 1$ 與 $\angle 2$ 為對頂角

$\therefore \angle 1=\angle 2=108^\circ$

$\because L_1 // L_2$

$\therefore \angle 3=\angle 1=108^\circ$(同位角相等)

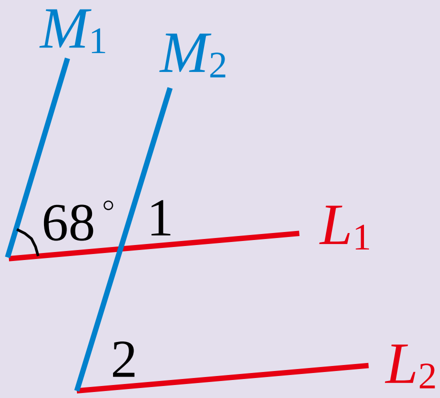
$\because L_1 // L_2$

$\therefore \angle 5=180^\circ-\angle 4=180^\circ-81^\circ=99^\circ$(同側內角互補)

例③ 平行線截角性質

搭配課本p180

如右圖，$L_1 \parallel L_2$，$M_1 \parallel M_2$，求$\angle 1$、$\angle 2$的度數。



解

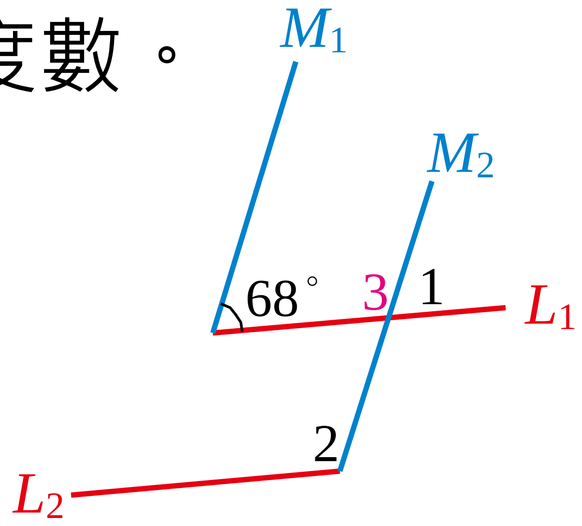
$\because M_1 \parallel M_2$，

$\therefore \angle 1 = 68^\circ$(同位角相等)。

$\because L_1 \parallel L_2$，

$\therefore \angle 2 = \angle 1 = 68^\circ$(同位角相等)。

如右圖，$L_1 // L_2$，$M_1 // M_2$，求$\angle 1$、$\angle 2$ 的度數。



解 如右圖

$\because M_1 // M_2$，

$\therefore \angle 1 = 68^\circ$(同位角相等)

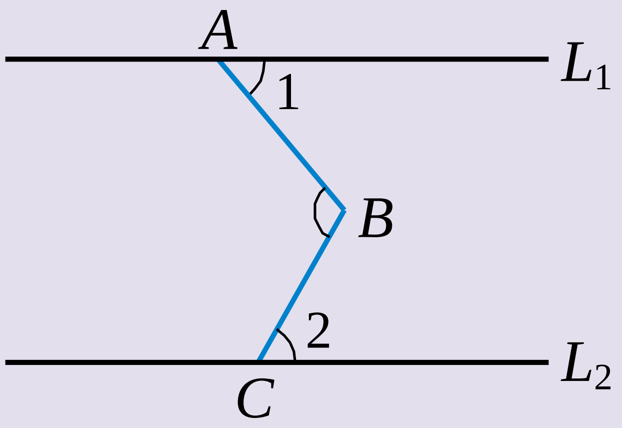
$\angle 3 = 180^\circ - \angle 1 = 180^\circ - 68^\circ = 112^\circ$

$\because L_1 // L_2$，

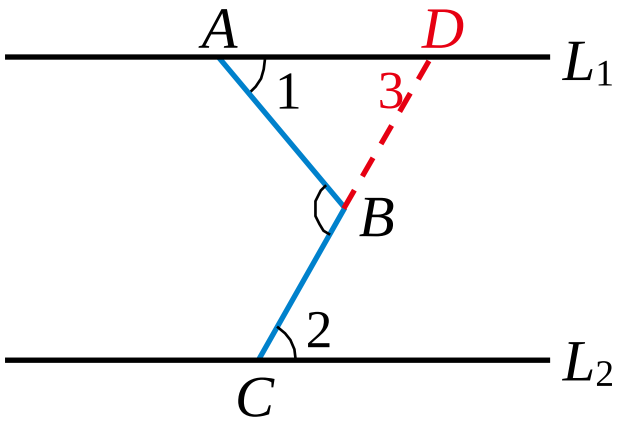
$\therefore \angle 2 = \angle 3 = 112^\circ$(同位角相等)

例 4 平行線截角性質的應用　搭配課本p181

如右圖，$L_1 \parallel L_2$，已知$\angle 1=50^\circ$，$\angle 2=60^\circ$，求$\angle ABC$的度數。



解1 如右圖，延長$\overline{CB}$交L_1於D點，



則$\overleftrightarrow{CD}$為L_1、L_2的截線，

$\because L_1 \parallel L_2$，

$\therefore \angle 3=\angle 2=60^\circ$(內錯角相等)，

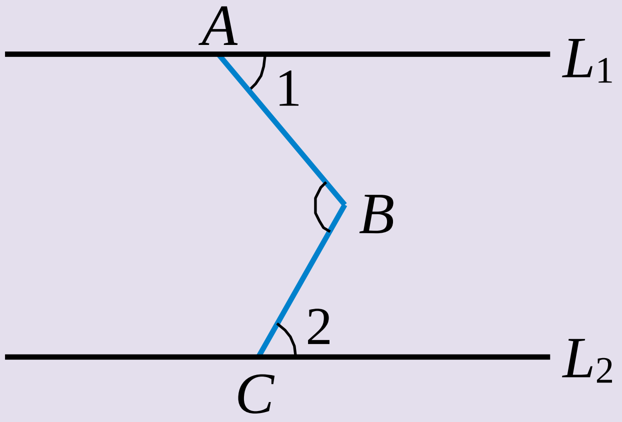
$\because \angle ABC$是$\angle ABD$的外角，

$\therefore \angle ABC=\angle 1+\angle 3=50^\circ+60^\circ=110^\circ$。

例 4 平行線截角性質的應用

搭配課本p181

如右圖，$L_1 // L_2$，已知 $\angle 1 = 50^\circ$，$\angle 2 = 60^\circ$，求 $\angle ABC$ 的度數。



解2 如右圖，過 B 點作 $L_3 // L_1$，

$\because L_1 // L_2$，$\therefore L_3 // L_2$。

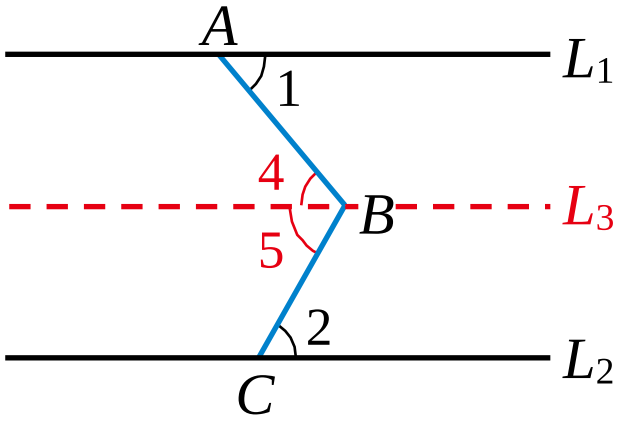
$\because L_1 // L_3$，

$\therefore \angle 4 = \angle 1 = 50^\circ$(內錯角相等)，

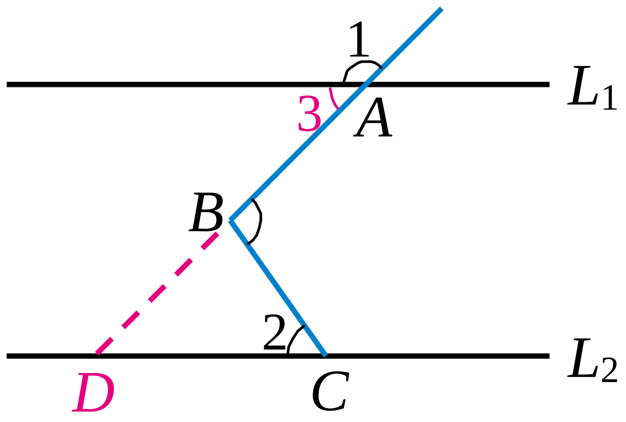
$\because L_2 // L_3$，

$\therefore \angle 5 = \angle 2 = 60^\circ$(內錯角相等)，

因此 $\angle ABC = \angle 4 + \angle 5 = 50^\circ + 60^\circ = 110^\circ$



如右圖，$L_1 \parallel L_2$，已知$\angle 1 = 135^\circ$，$\angle 2 = 55^\circ$，求$\angle ABC$的度數。



解 如右圖，作$\overrightarrow{AB}$交L_2於D點

$\because \angle 3 = 180^\circ - \angle 1 = 45^\circ$

又$L_1 \parallel L_2$，$\therefore \angle ADC = \angle 3 = 45^\circ$(內錯角相等)

$\because \angle ABC$是$\angle DBC$的外角

$\therefore \angle ABC = \angle 2 + \angle ADC = 55^\circ + 45^\circ = 100^\circ$

平行線的判別

我們知道兩平行線被一截線所截的同位角相等，反過來說：

1. 如果兩直線被一截線所截的同位角相等，這兩直線是否互相平行？

說明

情形一：如果這組相等的同位角度數是 90°，
表示這條截線同時垂直這兩條直線，
那麼這兩條直線是互相平行的，如圖 8。

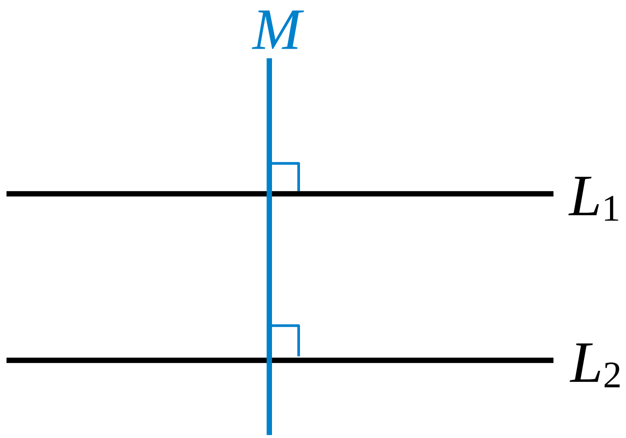


圖 8

情形二：如果相等的同位角度數不是 90°，

如圖 9，同位角 $\angle 1=\angle 2$。

(1)在截線 M 上取一點 P，

過 P 點作 L_1 的垂線 L。

(2)根據三角形的內角和為 180°，

$\angle 1+\angle 3+90^\circ=180^\circ$，

$\angle 2+\angle 3+\angle 4=180^\circ$。

(3)$\because \angle 1+\cancel{\angle 3}+90^\circ=\angle 2+\cancel{\angle 3}+\angle 4$，

又 $\angle 1=\angle 2$，

$\therefore \angle 4=90^\circ$，因此 $L\perp L_2$。

即 L 同時垂直於 L_1 與 L_2，故 $L_1 // L_2$。

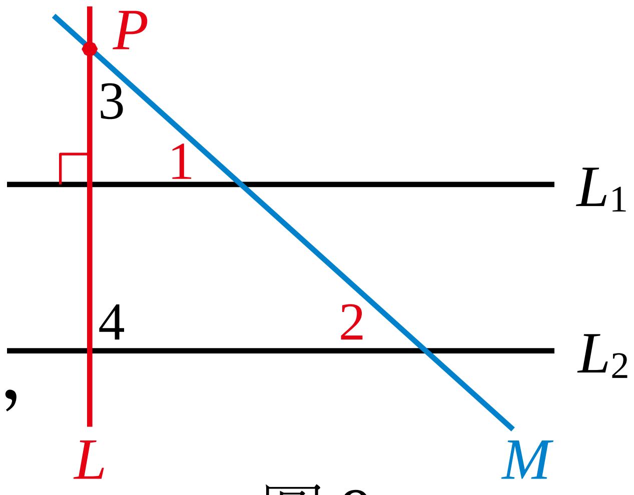


圖 9

因為只要有一組同位角相等，其他三組同位角也會相等，所以只需討論一組即可，可得：

若兩直線被另一直線所截的同位角相等，則這兩直線互相平行。

同樣的，一組內錯角相等(同側內角互補)也可以推得另一組內錯角相等(同側內角互補)，所以都只需討論其中一組即可。

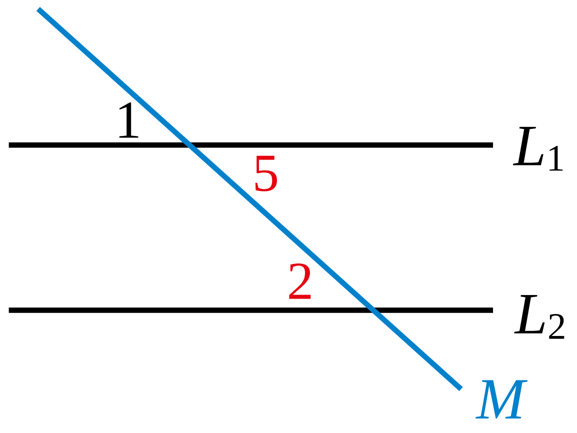
2. 如果兩直線被一截線所截的內錯角相等，這兩直線是否互相平行？

說明 如右圖，內錯角 $\angle 5 = \angle 2$，

$\because \angle 1 = \angle 5$(對頂角相等)，

又 $\angle 5 = \angle 2$，$\therefore \angle 1 = \angle 2$。

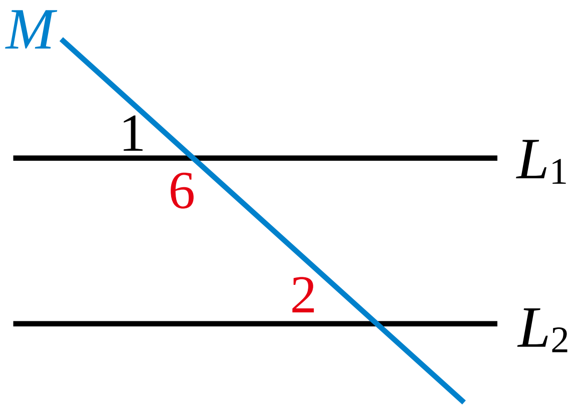
此時同位角相等，故 $L_1 // L_2$。



若兩直線被另一直線所截的內錯角相等，則這兩直線互相平行。

3. 如果兩直線被一截線所截的同側內角互補，這兩直線是否互相平行？

說明 如右圖，



同側內角$\angle 2+\angle 6=180^\circ$，

$\because \angle 1+\angle 6=180^\circ$

$\therefore \angle 1+\cancel{\angle 6}=\angle 2+\cancel{\angle 6}$，得$\angle 1=\angle 2$。

此時同位角相等，故$L_1 // L_2$。

若兩直線被另一直線所截的同側內角互補，則這兩直線互相平行。

Key point

平行線的判別性質

已知兩直線被一直線所截，

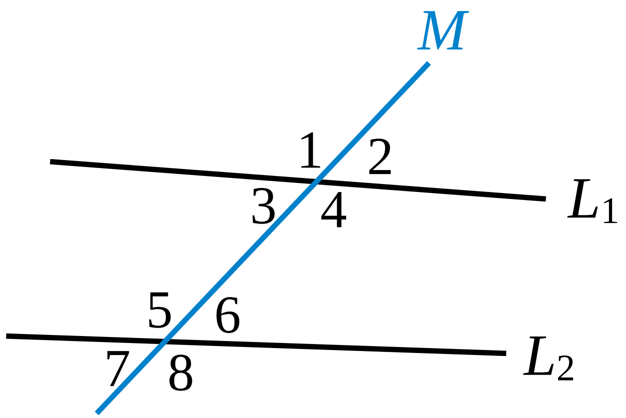
(1)若有一組同位角相等，則此兩直線互相平行。

(2)若有一組內錯角相等，則此兩直線互相平行。

(3)若有一組同側內角互補，

則此兩直線互相平行。

如右圖，直線 M 將 L_1、L_2 截出八個截角，則下面哪些條件能使 L_1 與 L_2 互相平行？



(1) $\angle 4=136^\circ$，$\angle 6=44^\circ$

(2) $\angle 3=61^\circ$，$\angle 5=152^\circ$

(3) $\angle 1=152^\circ$，$\angle 7=28^\circ$

解

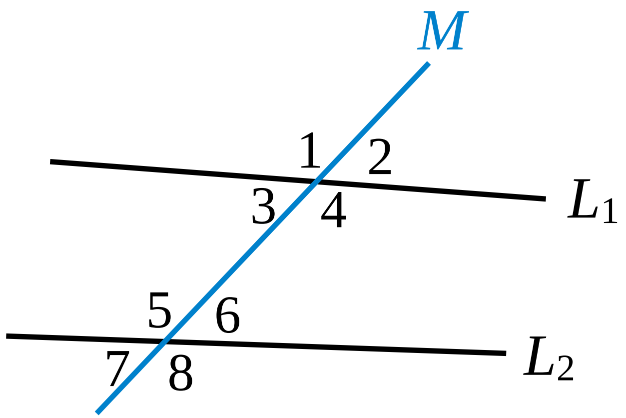
(1) $\because \angle 4$ 和 $\angle 6$ 為同側內角，

且 $\angle 4+\angle 6=136^\circ+44^\circ=180^\circ$，$\therefore L_1 /\!/ L_2$

(2) $\because \angle 3$ 和 $\angle 5$ 為同側內角，

且 $\angle 3+\angle 5=61^\circ+152^\circ=213^\circ \neq 180^\circ$，$\therefore L_1 \not\parallel L_2$

如右圖，直線 M 將 L_1、L_2 截出八個截角，則下面哪些條件能使 L_1 與 L_2 互相平行？



(1) $\angle 4=136^\circ$，$\angle 6=44^\circ$

(2) $\angle 3=61^\circ$，$\angle 5=152^\circ$

(3) $\angle 1=152^\circ$，$\angle 7=28^\circ$

解 (3) $\because \angle 4=\angle 1$，$\angle 6=\angle 7$(對頂角相等)，

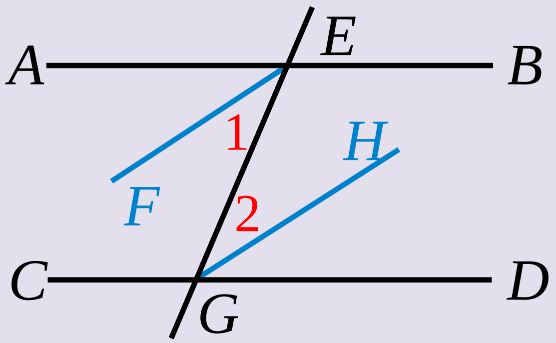
$\therefore \angle 4+\angle 6=\angle 1+\angle 7=152^\circ+28^\circ=180^\circ$

$\because$ 同側內角互補，

$\therefore L_1 \parallel L_2$

例 5 平行線判別性質的應用　搭配課本p184

如右圖，$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$，且 $\overrightarrow{EF}$ 與 $\overrightarrow{GH}$ 是其中一組內錯角的角平分線，那麼 $\overline{EF}$ 與 $\overline{GH}$ 互相平行嗎？為什麼？



解 如右圖，$\because \overline{AB} \parallel \overline{CD}$，

$\therefore \angle AEG = \angle EGD$(內錯角相等)，

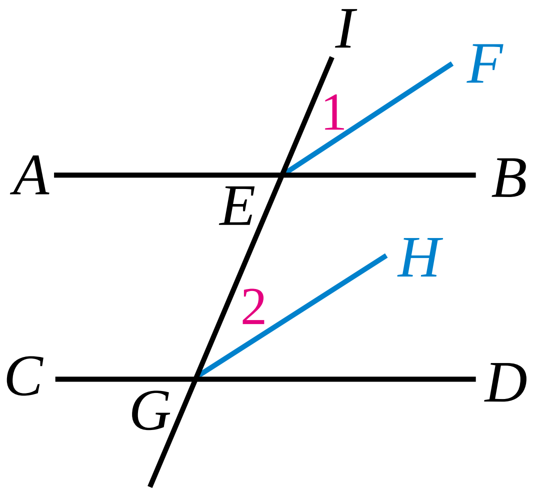
又 $\angle 1 = \dfrac{1}{2}\angle AEG$，$\angle 2 = \dfrac{1}{2}\angle EGD$，

$\therefore \angle 1 = \angle 2$。

$\because$ 內錯角相等，

$\therefore \overline{EF} \parallel \overline{GH}$。

如右圖，$\overline{AB}\ /\!/\ \overline{CD}$，且 $\overrightarrow{EF}$ 與 $\overrightarrow{GH}$ 是其中一組同位角的角平分線，那麼 $\overline{EF}$ 與 $\overline{GH}$ 互相平行嗎？為什麼？



解

$\because \overline{AB}\ /\!/\ \overline{CD}$

$\therefore \angle IEB = \angle EGD$(同位角相等)

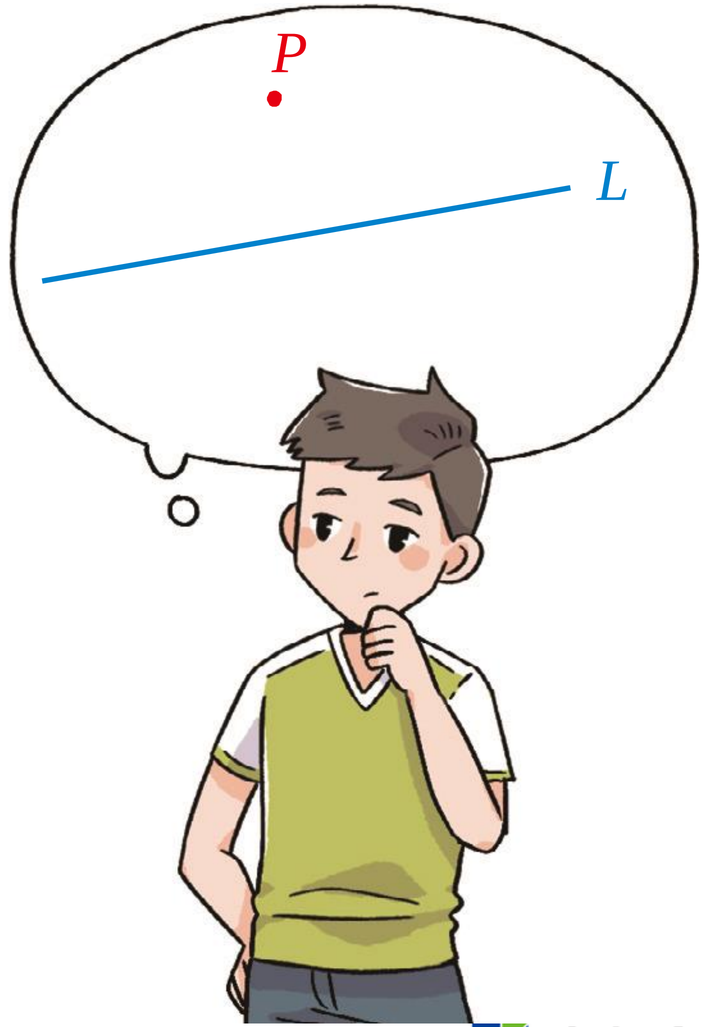
又 $\angle 1 = \frac{1}{2}\angle IEB$，$\angle 2 = \frac{1}{2}\angle EGD$

$\therefore \angle 1 = \angle 2$

$\because$同位角相等，$\therefore \overline{EF}\ /\!/\ \overline{GH}$

平行線的作圖

在第 171 頁中，我們知道不管是哪種停車位，都需要繪製平行線。假設已知一直線 L 及線外一點 P，那麼要如何畫出通過 P 點且平行 L 的直線呢？



【方法一】利用直尺和三角板作圖

(1)將三角板中直角的一邊與 L 貼齊，如圖 10-1。

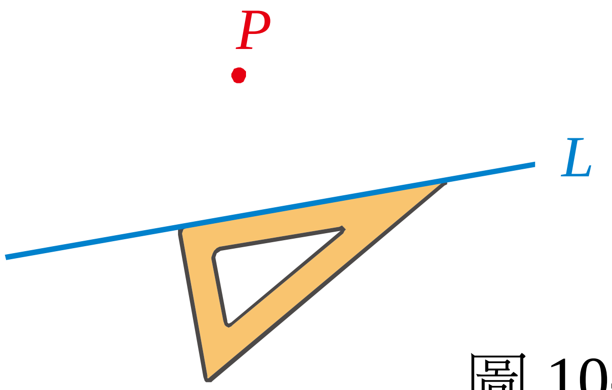


圖 10-1

(2)將直尺的邊緣與三角板中直角的另一邊貼齊，如圖 10-2。

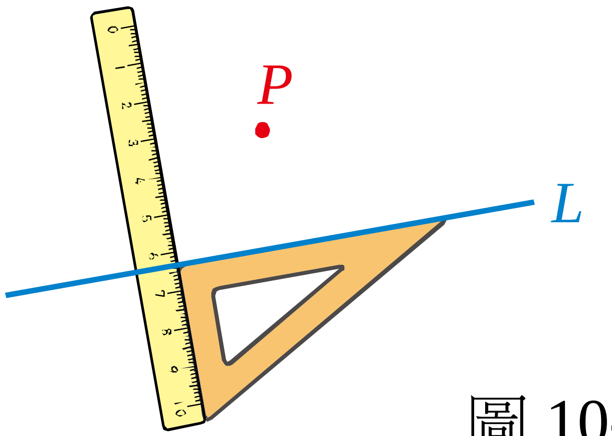


圖 10-2

【方法一】利用直尺和三角板作圖

(3)直尺固定不動，沿著直尺邊緣滑動三角板，直到邊與 P 點貼齊為止，如圖 10-3。

(4)通過 P 點畫出直線 M，則直線 M 即為所求，如圖 10-4。

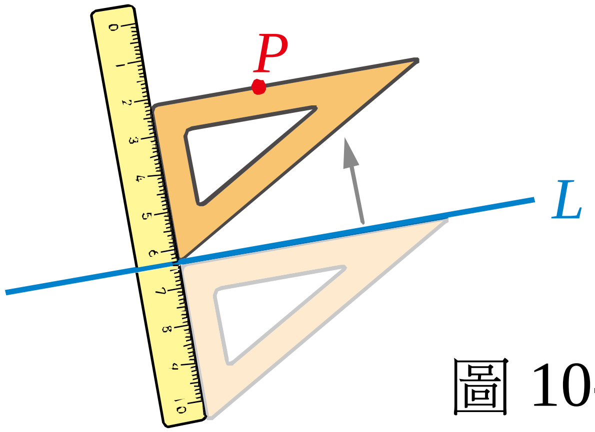


圖 10-3

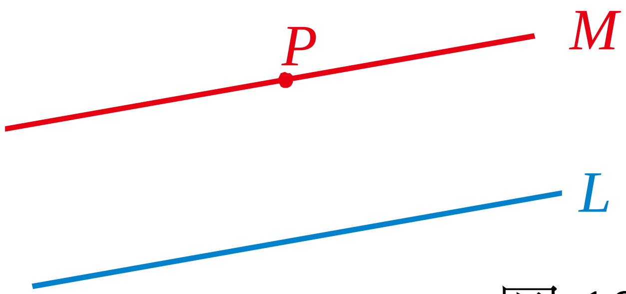


圖 10-4

動動腦

在方法一中，你認為 $M // L$ 的理由是什麼？

方法一是根據「兩直線同時垂直於另一直線時，
這兩直線平行」

【方法二】利用尺規等角作圖

(1)過 P 點任意作一直線 K 交 L 於 A 點，其中 $\angle 1$ 為夾角，如圖 11-1。

(2)以 P 為頂點，直線 K 為一邊，在 $\angle 1$ 同位角的位置作 $\angle 2$，使得 $\angle 2 = \angle 1$，如圖11-2。

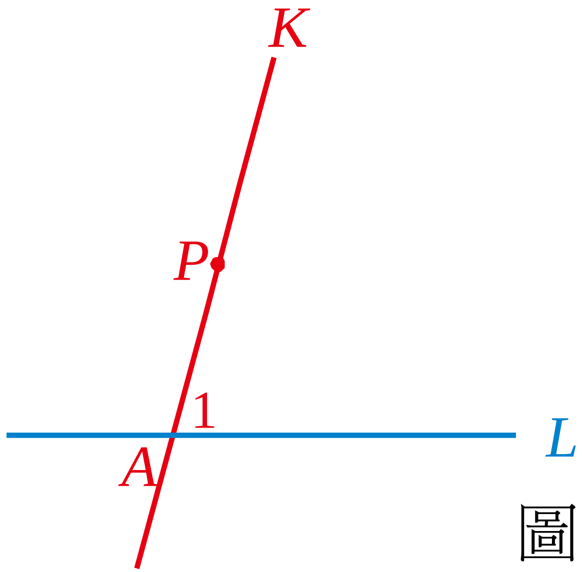


圖 11-1

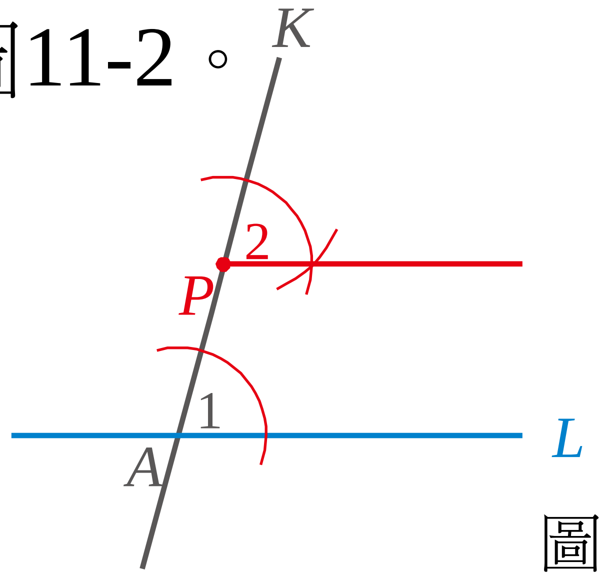


圖 11-2

【方法二】利用尺規等角作圖

(3)延長$\angle 2$ 的另一邊，也就是直線 M 即為所求，如圖11-3。

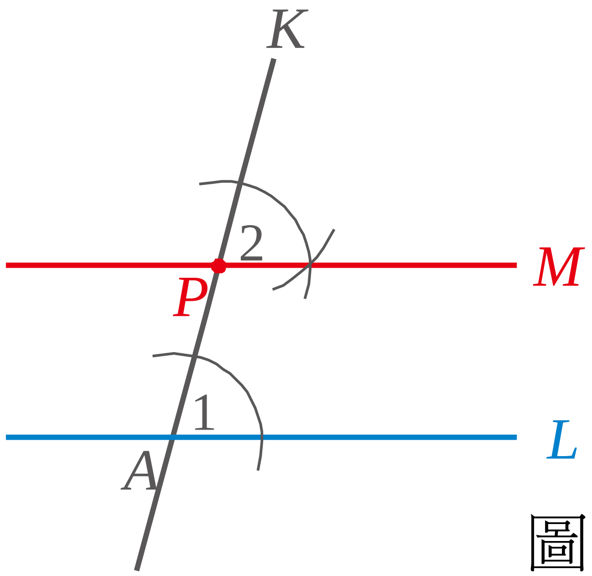


圖 11-3

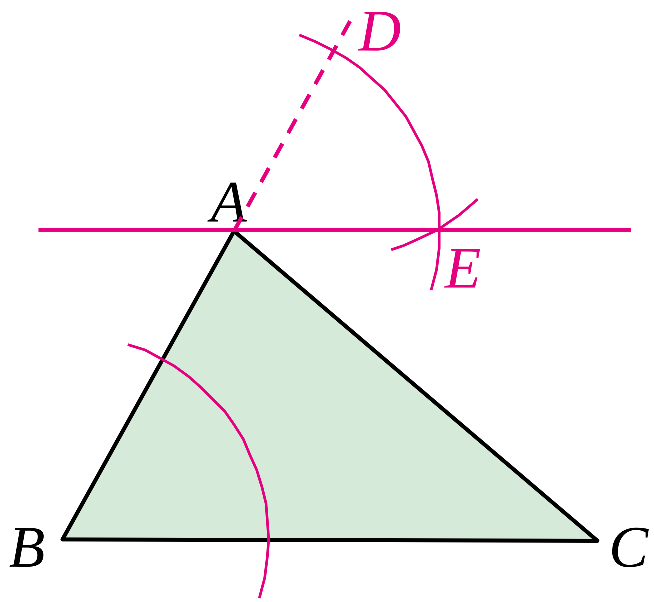
動動腦

在方法二中，你認為 $M // L$ 的理由是什麼？

方法二是根據「兩直線被另一直線所截的同位角相等時，這兩直線平行」

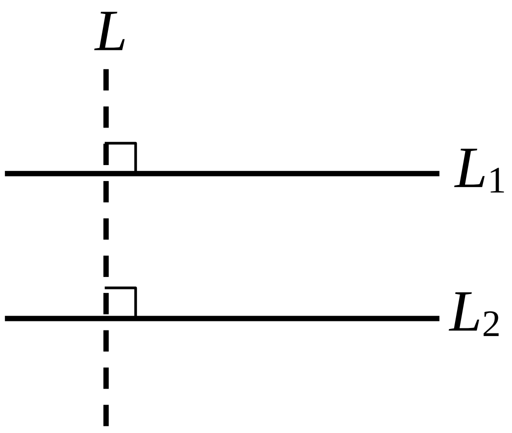
如下圖，已知$\triangle ABC$，利用尺規作圖，畫一直線通過 A 點且與 $\overline{BC}$ 平行。

解 (1)如上圖，延長 $\overrightarrow{BA}$，
並作 $\angle DAE$ 等於 $\angle B$
(2)延長 $\angle DAE$ 的另一邊，
也就是 $\overleftrightarrow{AE}$ 即為所求



1 平行線的意義

在一平面上，兩直線如果可以找到一條共同的垂直線，就稱這兩直線互相平行。



例 如右圖，若直線 L 同時垂直 L_1 和 L_2，則 $L_1 // L_2$。

2 平行線的性質

在一平面上，

(1)已知 $L_1 // L_2$，若直線 $M \perp L_1$，則 $M \perp L_2$。

(2)已知 $L_1 // L_2$，則 L_1 與L_2 的距離處處相等。

(3)三相異直線 L_1、L_2、L_3，已知 $L_1 // L_2$、$L_2 // L_3$，
　則 $L_1 // L_3$，即 $L_1 // L_2 // L_3$。

3 平行線的截角性質

已知兩平行線被一直線所截，則：

(1)同位角相等。

(2)內錯角相等。

(3)同側內角互補。

4 平行線的判別性質

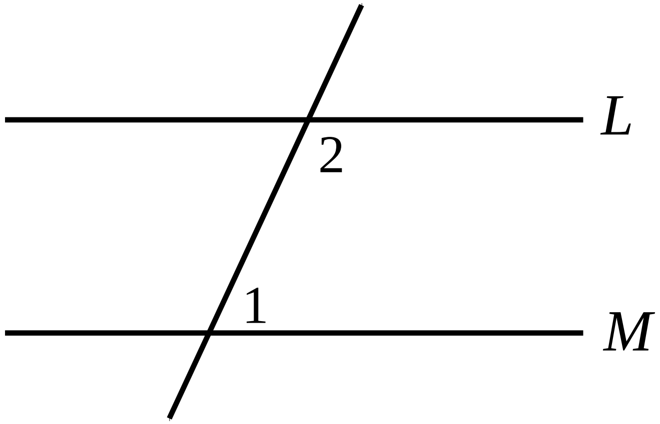
已知兩直線被一直線所截，

(1)若有一組同位角相等，則此兩直線互相平行。

(2)若有一組內錯角相等，則此兩直線互相平行。

(3)若有一組同側內角互補，則此兩直線互相平行。

1 如右圖，$L // M$，若$\angle 1=(2x+5)^\circ$，$\angle 2=(4x-5)^\circ$，則 x 所代表的數為多少？



解

$\because L // M$

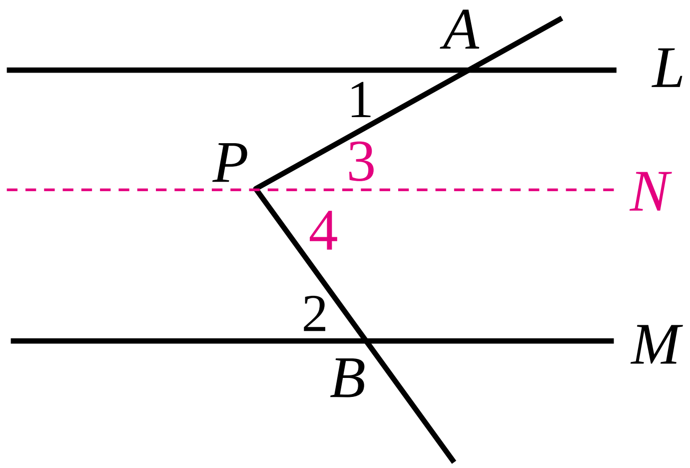
$\therefore \angle 1+\angle 2=180^\circ$(同側內角互補)

得$(2x+5)^\circ+(4x-5)^\circ=180^\circ$

$6x=180$

$x=30$

2 如右圖，$L \parallel M$，已知 $\angle APB=82^\circ$，$\angle 1=28^\circ$，求 $\angle 2$ 的度數。



解 如右圖，過 P 點作 $N \parallel L$，$\therefore N \parallel M$

$\because L \parallel N$，

$\therefore \angle 3=\angle 1=28^\circ$(內錯角相等)

$\because M \parallel N$，

$\therefore \angle 4=\angle 2$(內錯角相等)

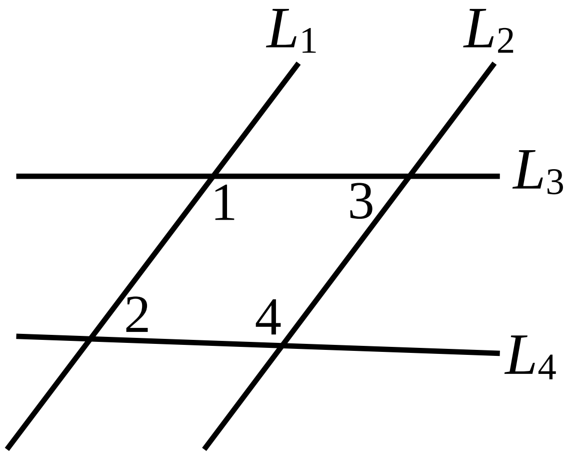
$\angle 2=\angle 4=\angle APB-\angle 3=82^\circ-28^\circ=54^\circ$

3 如右圖，$\angle 1=127^\circ$、$\angle 2=55^\circ$、$\angle 3=53^\circ$，則：

(1) L_1 與 L_2 是否互相平行？為什麼？

(2) L_3 與 L_4 是否互相平行？為什麼？

(3) $\angle 4$ 的度數為多少？



解

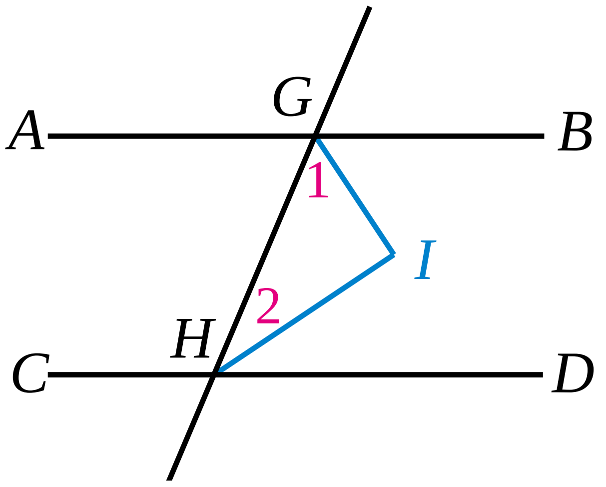
(1)是，$\because \angle 1+\angle 3=127^\circ+53^\circ=180^\circ$(同側內角互補)

(2)否，$\because \angle 1+\angle 2=127^\circ+55^\circ=182^\circ\neq 180^\circ$

(3) $\because L_1 \,//\, L_2$，

$\therefore \angle 4=180^\circ-\angle 2=180^\circ-55^\circ=125^\circ$(同側內角互補)

4 如右圖，$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$，且同側內角$\angle BGH$與$\angle DHG$的角平分線相交於$I$點，則$\angle GIH$的度數為多少？



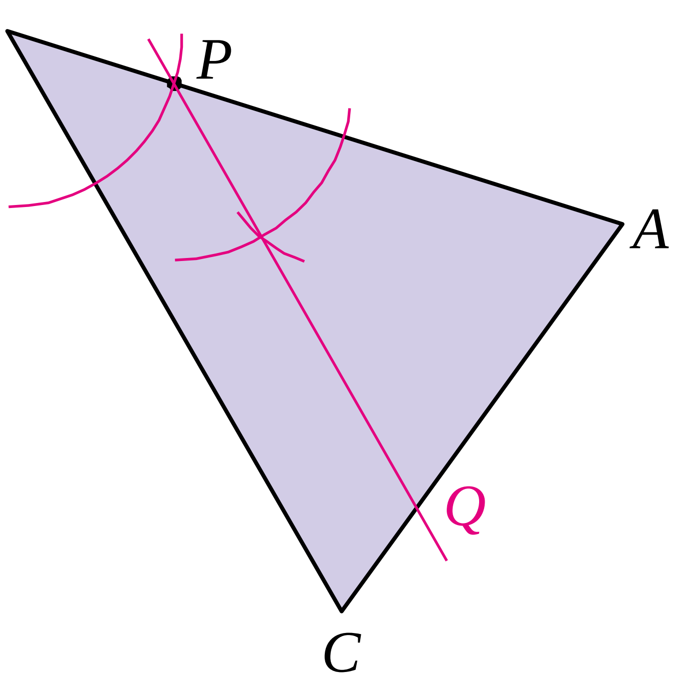
解 如右圖，$\because \overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$

$\therefore \angle BGH + \angle DHG = 180^\circ$(同側內角互補)

$\angle 1 + \angle 2 = \frac{1}{2}(\angle BGH + \angle DHG) = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$

由三角形內角和為180°可得到$\angle GIH = 90^\circ$

5 如右圖，已知$\triangle ABC$，P 為 $\overline{AB}$ 上一點。利用尺規作圖，在 $\overline{AC}$ 上找一點 Q，使 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$。

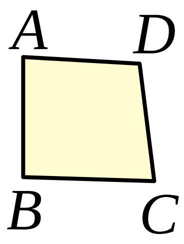


解 (1)以 P 為頂點、$\overrightarrow{PA}$ 為一邊，與 C 同側作一角等於$\angle B$

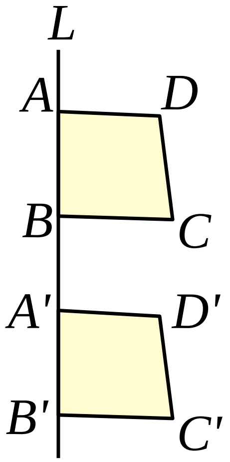
(2)設此角的另一邊交 $\overline{AC}$ 於 Q 點，則 Q 點即為所求

挑錯題

如右圖，四邊形 $ABCD$ 四個內角都不是直角，<u>小妍</u>和<u>小翊</u>想利用四邊形 $ABCD$ 畫出一條平行線，兩人作法如下。判斷他們的說法是否正確，並說明你的理由。

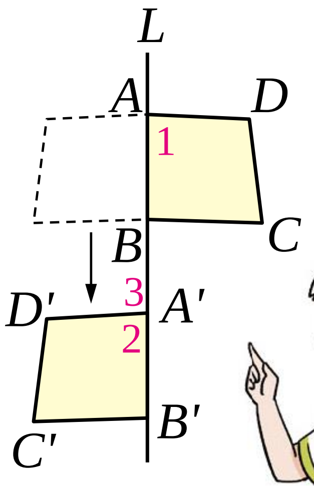


(1) 延長 $\overline{AB}$ 作直線 L。
(2) 沿著 L 將四邊形 $ABCD$ 向下移動，得四邊形 $A'B'C'D'$，則 $\overline{AD} /\!/ \overline{A'D'}$。



<u>小妍</u>

(1) 延長 $\overline{AB}$ 作直線 L。
(2) 以 L 為軸，將四邊形 $ABCD$ 向左翻轉；再沿著 L 向下移動，得四邊形 $A'B'C'D'$，則 $\overline{AD} /\!/ \overline{A'D'}$。



<u>小翊</u>

挑錯題

小妍：正確☑；錯誤☐，

理由：$\angle DAB = \angle D'A'B'$(同位角相等)

小翊：正確☐；錯誤☑，

理由：$\because \angle 1 = \angle 2$，且$\angle 2$ 不是直角，

$\therefore \angle 3 = 180^\circ - \angle 2 \neq \angle 2$，得$\angle 1 \neq \angle 3$

$\because$內錯角不相等，

$\therefore \overline{AD}$ 和 $\overline{A'D'}$ 不平行

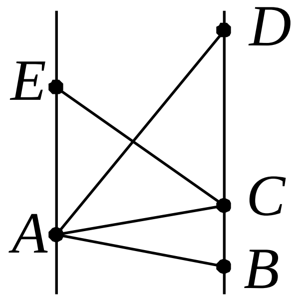
學完囉！

前往➔下一章節

康軒文教事業

搭配課本p173

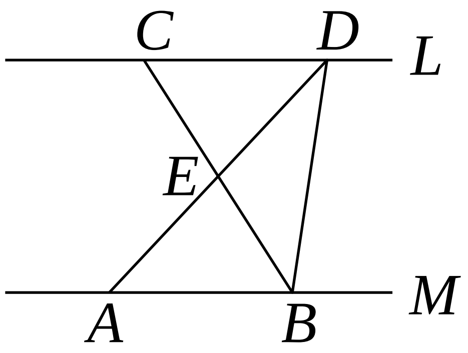
如右圖，$\overline{AE} \parallel \overline{BD}$，$C$ 在 $\overline{BD}$ 上。若 $\overline{AE}=5$，$\overline{BD}=8$，$\triangle ABD$ 的面積為 24，則$\triangle ACE$ 的面積為多少？　【91 年第二次基本學測】



(A) 10　(B) 12　(C) 15　(D) 18

解 (C)

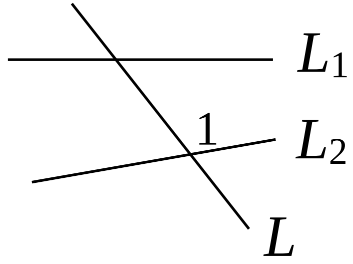
解 如右圖，$L \,//\, M$，$\overline{AB}=\overline{CD}$，若△$ABD$ 的面積為 20 平方公分，則△CDB 面積為＿20＿平方公分。



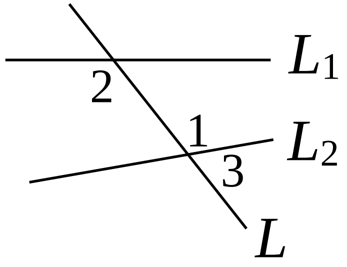
在一平面上有相異三直線 L_1、L_2、L_3，若 $L_1 \perp L_2$、$L_2 \perp L_3$，則 L_1 與 L_3 有什麼關係？

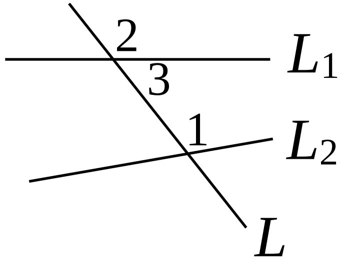
解 $L_1 \perp L_2$，$L_2 \perp L_3$，即 L_2 同時垂直於 L_1、L_3，$\therefore L_1 // L_3$

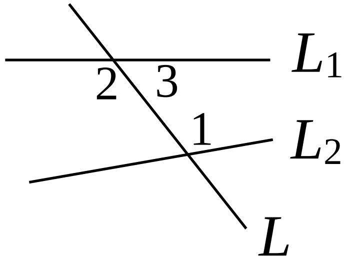
如右圖，L 是 L_1 與 L_2 的截線。找出∠1 的同位角，標上∠2，找出∠1 的同側內角，標上∠3。下列何者為∠1、∠2、∠3 正確的位置圖？

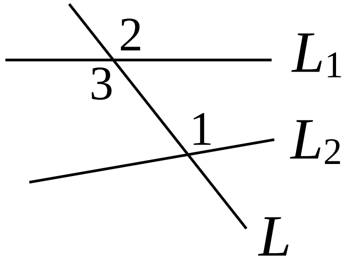


【92 年第一次基本學測】

(A)


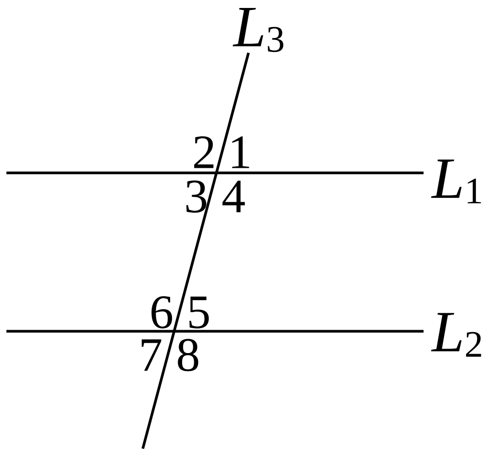
(B)


(C)


(D)


解 (B)

如右圖，三條直線 L_1、L_2、L_3 中，L_1 與 L_2 平行，L_1 與 L_3 不垂直，下列哪一個關係是錯誤的？【92 年第二次基本學測】

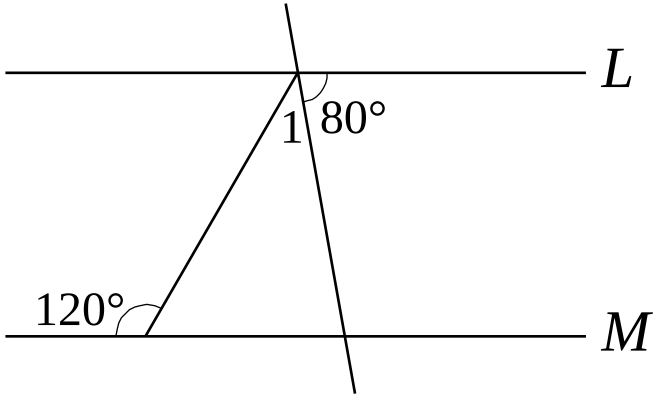


(A) $\angle 1=\angle 6$　(B) $\angle 2=\angle 8$

(C) $\angle 3=\angle 7$　(D) $\angle 4=\angle 6$

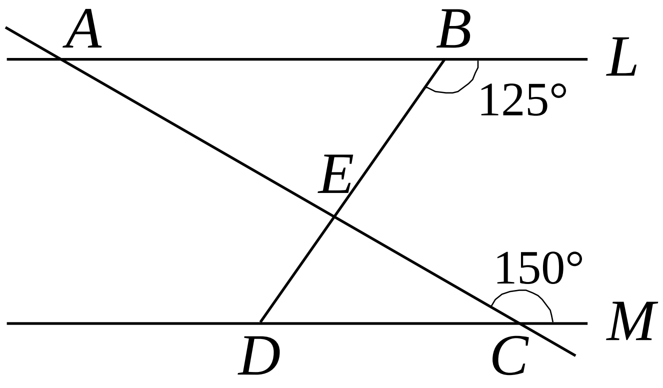
解 (A)

如右圖，已知 $L \parallel M$，則 $\angle 1$ 的度數為多少？



解 40°

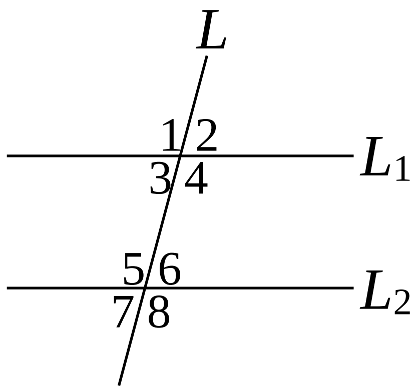
如右圖，已知 $L\ //\ M$，則 $\angle AEB$ 的度數為多少？



解 95°

搭配課本p178

如右圖，若 $L_1 // L_2$，$\angle 1 = 135°$，則：



解

$\angle 3 =$ ＿45＿ 度；

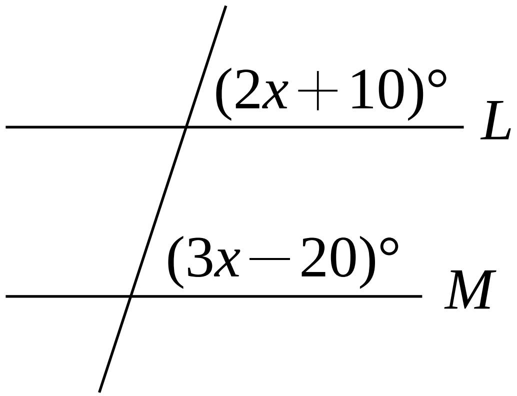
$\angle 5 =$ ＿135＿ 度；

$\angle 6 =$ ＿45＿ 度。

搭配課本p178

(1)如果平行線所截出來的一組同側內角，較大角的度數是較小角的度數的 3 倍，求這組同側內角度數。

(2)如右圖，如果 $L \parallel M$，則 $x=$ ？

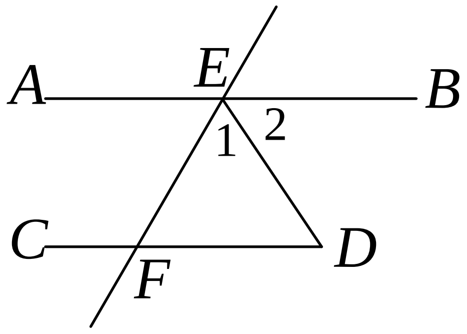


解 (1)$135°$ 和 $45°$

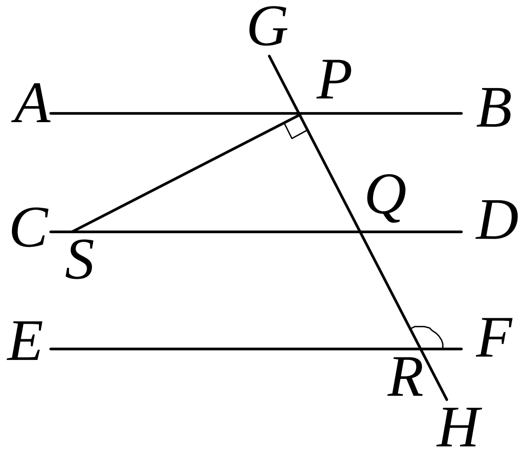
(2)30

(1)如圖(一)，$\overline{AB}\ //\ \overline{CD}$，$\angle 1=\angle 2$，$\angle EFD=70^\circ$，求 $\angle D$ 的度數。

(2)如圖(二)，$\overline{AB}\ //\ \overline{CD}\ //\ \overline{EF}$，$\overline{PS}\perp\overline{GH}$ 於 P，當 $\angle FRG=110^\circ$，求 $\angle PSQ$ 的度數。



圖(一)

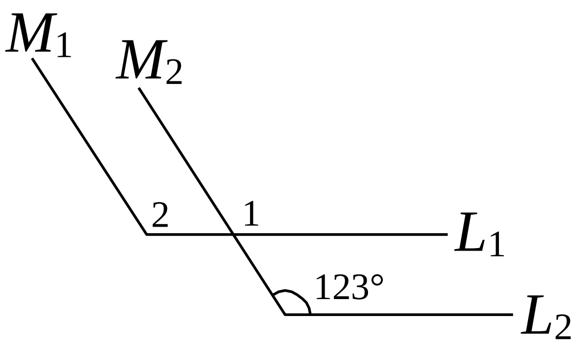


圖(二)

解 (1)55°

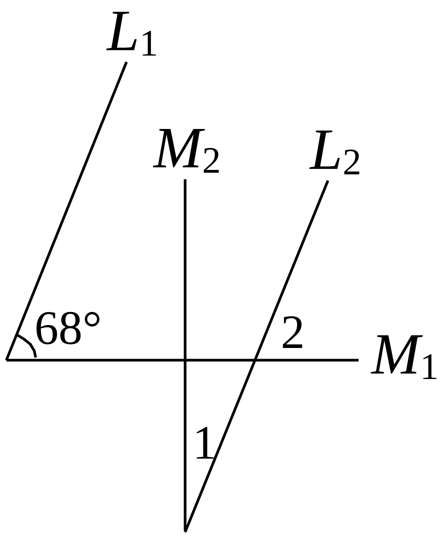
(2)20°

如右圖，$L_1 // L_2$，$M_1 // M_2$，求$\angle 1$、$\angle 2$的度數。



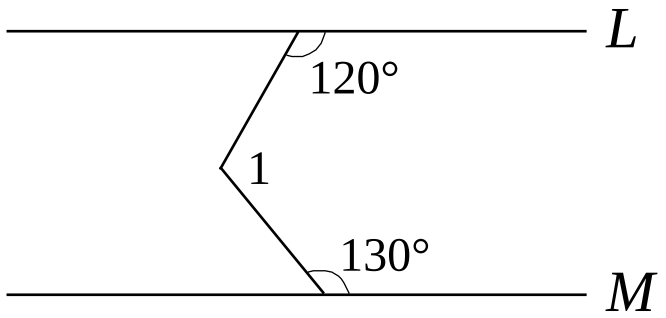
解 $\angle 1 = 123^\circ$，$\angle 2 = 123^\circ$

如右圖，$L_1 // L_2$，$M_1 \perp M_2$，求$\angle 1$、$\angle 2$的度數。



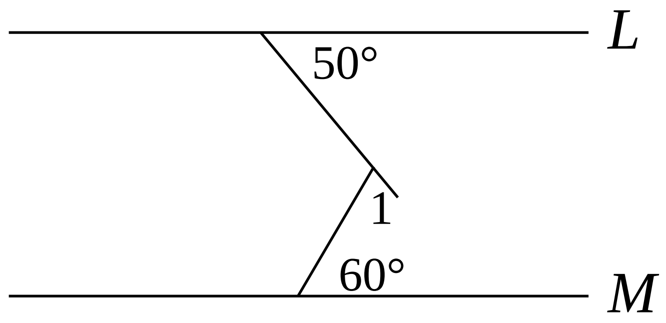
解 $\angle 1 = 22^\circ$，$\angle 2 = 68^\circ$

解 如下圖，若 $L // M$，則 $\angle 1 =$ ___110___ 度。



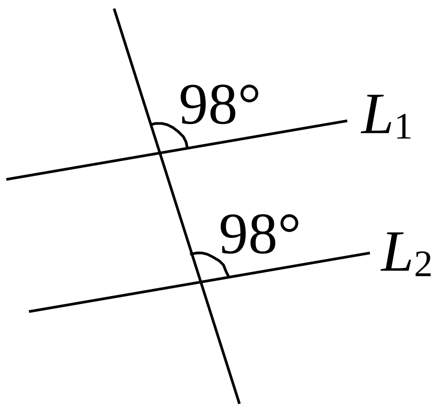
搭配課本p181

解 如下圖，若 $L // M$，則 $\angle 1 =$ __70__ 度。

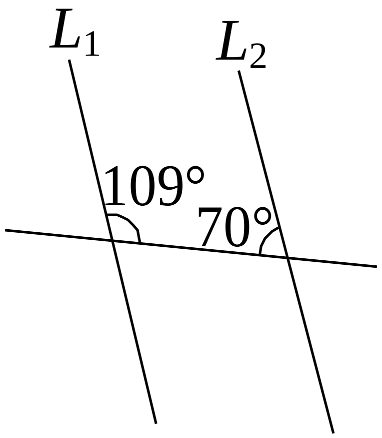


判別下列兩個圖形中，L_1 與 L_2 是否平行？

(1)



(2)



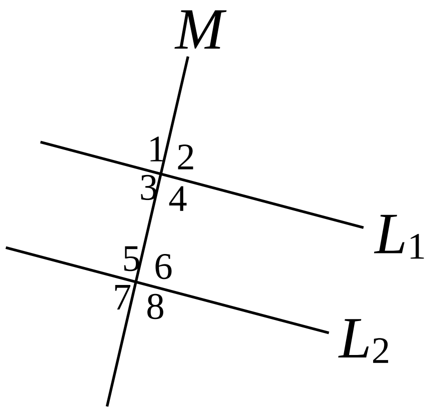
解

(1) ☑平行　☐不平行

(2) ☐平行　☑不平行

搭配課本p183

如右圖，直線 M 將 L_1、L_2 截出 8 個截角，則下面哪些條件能使 L_1 與 L_2 平行？



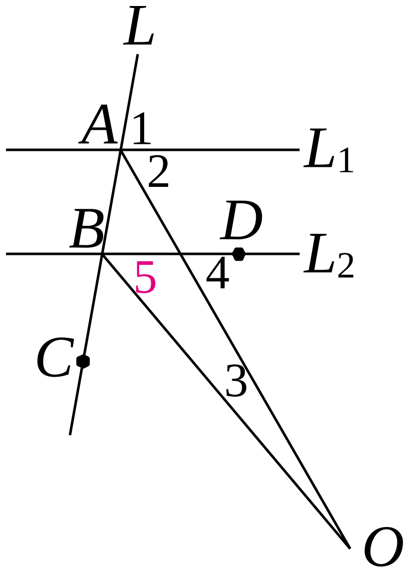
(1) $\angle 3=89^\circ$，$\angle 5=91^\circ$

(2) $\angle 1=72^\circ$，$\angle 7=72^\circ$

(3) $\angle 2=93^\circ$，$\angle 6=93^\circ$

解 (1)、(3)

如右圖，直線 L 分別與直線 L_1、L_2 交於 A、B 兩點，已知 $\angle 1=80^\circ$，$\angle 2=\angle 4=60^\circ$，且 $\overline{BO}$ 平分 $\angle DBC$，則 $\angle 3=$？



解

因為 $\angle 2=\angle 4=60^\circ$(同位角相等)，所以 $L_1 // L_2$

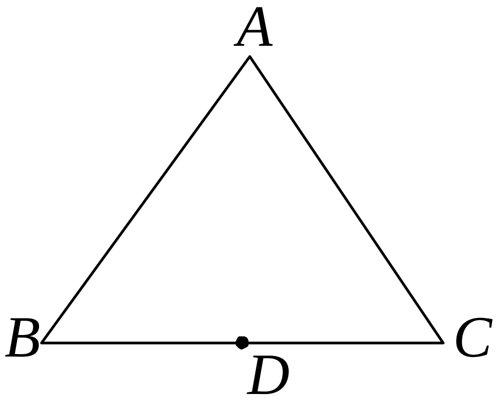
得 $\angle DBC=180^\circ-\angle 1=180^\circ-80^\circ=100^\circ$

$\overline{BO}$ 平分 $\angle DBC$，$\angle 5=\dfrac{1}{2}\times\angle DBC=\dfrac{1}{2}\times 100^\circ=50^\circ$

又 $\angle 4=\angle 3+\angle 5$(外角定理)

即 $60^\circ=\angle 3+50^\circ$，解出 $\angle 3=10^\circ$

如右圖，以尺規作圖畫一直線通過 D 點，且與 $\overline{AB}$ 平行。

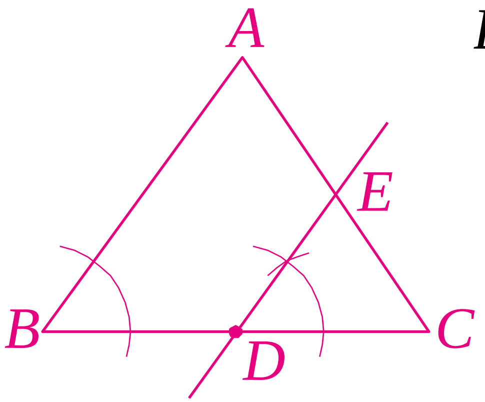


解 (1)以 D 為頂點，$\overline{BC}$ 為一邊

在 $\angle B$ 同位角的位置作 $\angle EDC$

使 $\angle EDC = \angle B$

(2)直線 DE 即為所求



搭配課本p186

承方法二的題目，請同樣利用尺規等角作圖，但不是畫在同位角的位置，畫出 L 的平行線。

解